

## Übungsaufgaben zur Vorlesung „Teilchenstrahlen“

SS 09, Blatt 5, 26.05.2011

1.) der Verlauf des Eigenfelds (Raumladungsfeld) und des elektrischen Potentials eines Ionenstrahles werden durch die Verteilungsfunktion der Strahlionen bestimmt. Verschiedene Verteilungsfunktionen können durch das Verhältnis aus viertem und zweitem Moment

$$V_t = \frac{\overline{x^4}}{\overline{x^2}^2}$$

mit 
$$\sigma^2 = \overline{x^2} = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x) dx$$

und 
$$\overline{x^4} = \int_{-\infty}^{\infty} x^4 \cdot f(x) dx$$

charakterisiert werden. Ganz allgemein gilt für die Momente einer Verteilung:

$$\overline{x^n} \equiv M'_n = \int_{-\infty}^{\infty} dx \cdot (x-c)^n \cdot f(x)$$

$c = 0 \rightarrow$  Moment über Null  
 $c = \overline{x} \rightarrow$  Zentrales Moment

Welche Bedeutung haben die Momente für eine gegebene Verteilung:

$n = 1 \rightarrow$	Mittelwert	$\rightarrow c = 0$
$n = 2 \rightarrow$	Varianz	$\rightarrow c = \overline{x}$
$n = 3 \rightarrow$	Schiefe	$\rightarrow c = \overline{x}$
$n = 4 \rightarrow$	Wölbung	$\rightarrow c = \overline{x}$

In der folgenden Tabelle sind verschiedene 2D-Verteilungsfunktionen mit dem Strahlradius  $r_s$  und der Halbwertsbreite  $r_H$  angegeben. Folgende Randbedingungen gelten: der Strahl ist

zylindersymmetrisch ( $r = x$ ), der Strahlradius beträgt  $r_s=10$  mm, die Strahlenergie ist  $W_b=10\text{keV}$ , der Strahlstrom beträgt  $I=2\text{mA}$  und es handelt sich um einen  $\text{He}^{1+}$ - Strahl.

Name	Funktion
Homogen	$f(r) = 1$
Waterbag	$f(r) = 2 \cdot \left(1 - \frac{r^2}{r_s^2}\right)$
Parabolisch	$f(r) = 3 \cdot \left(1 - \frac{r^2}{r_s^2}\right)^2$
Konisch	$f(r) = \frac{10}{3} \cdot \left(1 - 3 \cdot \frac{r^2}{r_s^2} + 2 \cdot \frac{r^3}{r_s^3}\right)$
Gauß	$f(r) = \frac{r_s^2}{2 \cdot r_h^2} \cdot e^{-\frac{r^2}{r_h^2}}$

- Bestimmen Sie die Verhältnisse aus viertem und zweitem Moment  $V_t$  der angegebenen Verteilungsfunktionen.
- Berechnen Sie das Strahlrand- und Strahlachspotential und stellen Sie es als Funktion von  $V_t$  in einem Koordinatensystem dar.