Musterlösung - Blatt ~~9~~ 10

Aufgabe 1a)

Magnetisierung:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{\mu}}{dV}$$

Für den gesamten Zylinder ergibt sich das magnetische Moment:

$$\mu(\vec{t}) = \int_V \vec{M} dV = \hat{e}_z \cdot M_0 \pi R^2 l$$

Bei Ummagnetisierung folgt:

$$\begin{aligned}
\mu(t \vec{>} 0) &= -\mu(t \vec{<} 0) \\
\Delta\vec{\mu} &= -2\vec{M_0}\pi R^2 l \hat{e}_z \\
\vec{\mu} &= -g \frac{e\hbar}{2m_e} \vec{s} \\
\Delta\vec{s} &= -\frac{\Delta\vec{\mu}\hbar}{g\mu_B} = \frac{2\pi M_0 R^2 l \hbar}{g\mu_B} \hat{e}_z = \lambda \hat{e}_z
\end{aligned}$$

Aufgabe 1b)

Die Drehimpulsänderung des Systems bei der Ummagnetisierung führt aufgrund der Drehimpulserhaltung zu einem resultierenden Drehimpuls der zylindrischen, ferromagnetischen Probe.
Das Torsionspendel wird angestoßen und führt eine gedämpfte Schwingung aus.

Aufgabe 1c)

Der Körper führt eine Drehschwingung um eine feste Achse aus. Die Proportionalitatskonstante K wird hier Torsionsrichtmoment genannt:

$$\begin{aligned}
\dot{L} &= J\ddot{\phi} = -K\phi \\
\ddot{\phi} &+ \frac{K}{J}\phi = 0
\end{aligned}$$

Lösung der DGL:

$$\phi(t) = B\, cos(\omega_0 t)$$

mit:

$$\lambda = J\dot{\phi}\Big|_{\omega_0=\pi/2}$$
$$B = \frac{\lambda}{J\omega_0}$$

und mit:

$$J = \int_V \rho(r) \cdot r^2 \cdot dV$$
$$J = \frac{1}{2}\rho\pi l R^4$$

folgt für ϕ_{max}:

$$\phi_{max} = \frac{2\pi M_0 R^2 l\hbar}{g\mu_B J\omega_0} = \frac{4M_0 V\hbar}{g\mu_B R^2 \rho V\omega_0}$$
$$\phi_{max} = \frac{4M_0\hbar}{g\mu_B R^2\rho}\sqrt{\frac{\pi R^4 l\rho}{2K}} = \frac{4M_0\hbar}{g\mu_B}\sqrt{\frac{\pi l}{2K\rho}}$$

Aufgabe 1d)

Für die Konstante K ergibt sich dann aus ϕ_{max}:

$$K = \frac{16M^2\hbar^2\pi l}{g^2\mu_B^2 2\rho\phi_{max}^2} = \frac{8\pi l M^2\hbar^2}{\rho g^2\mu_B^2\phi_{max}^2}$$