

Übungsaufgaben zur Vorlesung „Höhere Experimentalphysik“

WS 11/12, Blatt 5, 24.11.2011

1. Leitungstheorie

Wir betrachten ein infinitesimal kurzes Leiterstück der Länge Δz . Die homogene Leitung wird charakterisiert durch die sogenannten Leitungsbeläge:

- $R' = \text{Widerstandsbelag} = \frac{\text{Widerstand}}{\text{Länge}}$
- $L' = \text{Induktivitätsbelag} = \frac{\text{Induktivität}}{\text{Länge}}$
- $C' = \text{Kapazitätsbelag} = \frac{\text{Kapazität}}{\text{Länge}}$
- $G' = \text{Ableitungsbelag} = \frac{\text{Ableitung}}{\text{Länge}}$

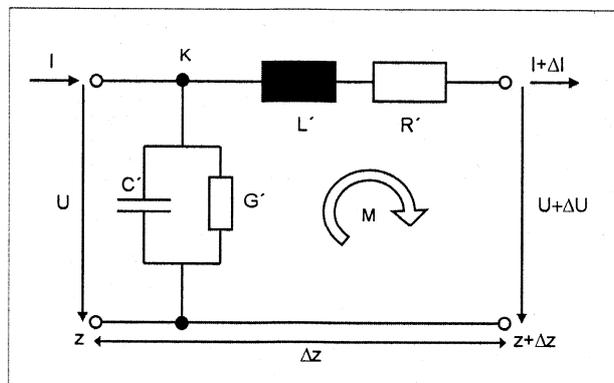


Abbildung 1: Ersatzschaltbild eines kurzen Leiterstücks.

Die Ableitung G gibt die Isolationsverluste zwischen den beiden Leitern der Leitung an. Das Ersatzschaltbild eines solchen Leiterstücks ist in Abb. 1 angegeben. Leiten Sie die Differenzialgleichungen her, welche die Orts- und Zeitabhängigkeit

des Stroms und der Spannung auf der Leitung beschreiben. Verwenden Sie dazu die Kirchhoffschen Regeln im Knotenpunkt K und in der Masche M.

Die resultierenden Gleichungen (Telegraphengleichung) lauteten:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} = L' C' \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} + (C' R' + G' L') \frac{\partial I}{\partial t} + G' R' I$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = L' C' \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + (C' R' + G' L') \frac{\partial U}{\partial t} + G' R' U$$

Diese Gleichungen werden durch folgenden Ansatz gelöst (z.B. Strom):

$$I(z, t) = I e^{i\omega t - \gamma z},$$

wobei gilt

$$\gamma = \sqrt{(R' + i\omega L')(G' + i\omega C')}.$$

Bestimmen Sie dann über $I = U/Z$ die allgemeine Impedanz eines Kabels. Bestimmen Sie die Impedanz eines verlustfreien Kabels.